<u>1η Εργαστηριακή Άσκηση</u>

Ελαχιστοποίηση κυρτής συνάρτησης μιας μεταβλητής σε δοσμένο διάστημα

Ζητούμενο της εργασίας είναι η ελαχιστοποίηση μιας δοσμένης κυρτής συνάρτησης $f(x)$ όταν $x\epsilon[a,b]$. Το πρόβλημα αυτό αποτελεί την βάση των αλγορίθμων εύρεσης ελαχίστου συναρτήσεων με περισσότερες μεταβλητές. Οι αλγόριθμοι που θα υλοποιηθούν είναι:

1) Μέθοδοι αναζήτησης ελαχίστου χωρίς την χρήση παραγώγων:
   - Μέθοδος της Διχοτόμου,
   - Μέθοδος του Χρυσού Τομέα,
   - Μέθοδος Fibonacci.

2) Μέθοδοι αναζήτησης με χρήση παραγώγων:
   - Μέθοδος της Διχοτόμου με χρήση παραγώγου.

Σε όλες τις παραπάνω μεθόδους ξεκινάμε από ένα αρχικό διάστημα $[a,b]$ μέσα στο οποίο βρίσκεται το ελάχιστο x^* της $f(x)$. Με τη χρήση ενός ακολουθιακού αλγορίθμου καταλήγουμε σε ένα διάστημα $[a_k,b_k]$ με προδιαγεγραμμένη ακρίβεια $l>0$, δηλαδή $b_k-\alpha_k\leq l$.

Δοσμένου του αρχικού διαστήματος $[-1,3]$, οι συναρτήσεις που θα ελαχιστοποιηθούν είναι:
- $f_1(x)=(x-2)^2+x\cdot ln(x+3)$
- $f_2(x)=e^{-2x}+(x-2)^2$
- $f_3(x)=e^x\cdot(x^3-1)+(x-1)\cdot\sin(x)$

Αφού μελετήσετε προσεκτικά την **παράγραφο 5.1 του βιβλίου**, να λύσετε τα παρακάτω θέματα:

<u>Θέμα 1:</u> Υλοποιήστε στο Matlab τη **μέθοδο της Διχοτόμου** και εφαρμόστε τη στις συναρτήσεις $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$.
- Κρατώντας σταθερό το τελικό εύρος αναζήτησης $l=0.01$ μελετήστε τη μεταβολή των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης $f_i(x), i=1,2,3$ (δηλαδή τον συνολικό αριθμό που χρειάστηκε να υπολογιστεί η $f_i(x)$, για τις δεδομένες τιμές των l και ε, μέχρι να τερματίσει ο αλγόριθμος), καθώς μεταβάλλουμε τη σταθερά $\varepsilon>0$ (απόσταση από τη διχοτόμο). Δημιουργήστε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις από τις τιμές που προκύπτουν για τις τρεις συναρτήσεις.
- Κρατώντας σταθερό το $\varepsilon=0.001$ μελετήστε τη μεταβολή των υπολογισμών της $f_i(x), i=1,2,3$, καθώς μεταβάλλουμε το l. Δημιουργήστε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις από τις τιμές που προκύπτουν για τις τρεις συναρτήσεις.
- Επιπλέον, σε τρία διαγράμματα, ένα για κάθε συνάρτηση, σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των άκρων του διαστήματος $[a_k,b_k]$ συναρτήσει του δείκτη επαναλήψεων k, δηλαδή (k,a_k) και (k,b_k), για διάφορες τιμές του τελικού εύρους αναζήτησης l.

<u>Θέμα 2:</u> Υλοποιήστε στο Matlab τη **μέθοδο του Χρυσού Τομέα** και εφαρμόστε τη στις συναρτήσεις $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$.
- Μελετήστε τη μεταβολή των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης $f_i(x), i=1,2,3$ (δηλαδή τον συνολικό αριθμό που πρέπει να υπολογιστεί η $f_i(x)$ μέχρι να τερματίσει ο αλγόριθμος), καθώς μεταβάλλουμε το τελικό εύρος αναζήτησης l. Δημιουργήστε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις από τις τιμές που προκύπτουν για τις τρεις συναρτήσεις.

- Επιπλέον, σε τρία διαγράμματα, ένα για κάθε συνάρτηση, σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των άκρων του διαστήματος $[a_k, b_k]$ συναρτήσει του δείκτη επαναλήψεων k, δηλαδή (k, a_k) και (k, b_k), για διάφορες τιμές του τελικού εύρους αναζήτησης l.

Θέμα 3: Επαναλάβετε το Θέμα 2, χρησιμοποιώντας τη **μέθοδο Fibonacci**.

Θέμα 4: Επαναλάβετε το Θέμα 2, χρησιμοποιώντας τη **μέθοδο της Διχοτόμου με χρήση παραγώγου**.

Παραδοτέα αρχεία εργασίας

Ένα αρχείο σε μορφή .zip με όνομα **“Lastname_Firstname_AEM_Work1.zip”**, που θα περιέχει:

1. **Ηλεκτρονική αναφορά** σε μορφή .pdf με την περιγραφή του προβλήματος και τα διαγράμματα που ζητούνται (ή/και πίνακες για λόγους σύγκρισης). Για κάθε μια μέθοδο να εξηγήσετε τον τρόπο λειτουργίας και να αναφέρετε τυχόν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου. Να ερμηνεύσετε και να αξιολογήσετε τα αποτελέσματα που λάβατε. Στην αναφορά να περιλαμβάνεται συγκριτικός σχολιασμός πάνω στην αποδοτικότητα των υπό μελέτη μεθόδων για τις τρεις συναρτήσεις.

2. **Έναν φάκελο με όλο το project σας στο Matlab**.

Καταληκτική ημερομηνία υποβολής: **Τετάρτη 6 Νοεμβρίου 2024, 23:59** μέσω του e-learning